$$Kx = x(t) + \int_0^1 \frac{\ln^m |s-t| h(t,s) x(s)\, ds}{s^\alpha (1-s)^\beta |s-t|^\gamma} = y(t), \quad 0 \le t \le 1, \quad (1)$$

где $h(t,s)$ и $y(t)$ — известные функции, а параметры α, β, γ и m удовлетворяют условиям $0 \le \alpha, \beta, \gamma < 1$, $m + 1 \in \mathbb{N}$.

Предлагается теоретическое обоснование [1] методов сплайн-коллокации нулевого порядка, модифицированного варианта данного метода, метода Боголюбова–Крылова решения уравнения (1). Доказана сходимость методов и установлены оценка погрешности в зависимости от структурных свойств исходных данных. В частности, получен следующий результат

Теорема. *Пусть уравнение* (1) *имеет единственное решение* $x^*(t)$ *при любой ограниченной правой части;* $y \in C^{(1)}[0,1]$, $h(t,s)$ *непрерывно дифференцируема в квадрате* $[0,1]^2$, *а параметры* $\alpha, \beta, \gamma > 0$ *и* $\alpha + \gamma < 1$, $\beta + \gamma < 1$.

Тогда приближенные решения $x_n^*(t)$ *метода Боголюбова-Крылова существуют и сходятся к точному решению* $x^*(t)$ *со скоростью*

$$\sup_t |x^*(t) - x_n^*(t)| = O\left(\frac{1}{n}\right).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Габдулхаев Б. Г. *Оптимальные аппроксимации решений линейных задач.* – Казань: Изд–во Казанск. ун–та, 1980. – 232 с.

О. Е. Арсеньева (Москва)

ОБОБЩЕННЫЙ ФОРМАЛИЗМ НЬЮМЕНА-ПЕНРОУЗА И АВТОДУАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Формализм Ньюмена-Пенроуза основан на идее изотропной тетрады, или базиса $\{e_0, e_1, e_{\hat{0}}, e_{\hat{1}}\}$, адаптированного разложению комплексификации 4-мерного пространства Лоренца в прямую сумму двумерных вполне изотропных плоскостей. С точки зрения дифференциальной геометрии это равносильно фиксации G-структуры, отвечающей представлению группы Лоренца на пространстве главного расслоения реперов специального вида. Эта конструкция может быть обобщена на 4-мерные псевдоримановы многообразия произвольной сигнатуры.

Теорема 1. *4-мерное псевдориманово многообразие сигнатуры* $(4,0)$ *или* $(2,2)$ *автодуально тогда и только тогда, когда в обобщенном репере Ньюмена-Пенроуза*

$$1)\ R_{0\hat{0}0\hat{1}} = \frac{1}{2}r_{0\hat{1}}; \qquad 2)\ R_{0\hat{1}0\hat{1}} = 0; \qquad 3)\ R_{0\hat{1}\hat{0}1} = \frac{1}{2}\alpha\kappa.$$

Теорема 2. *4-мерное псевдориманово многообразие сигнатуры* $(4,0)$ *или* $(2,2)$ *антиавтодуально тогда и только тогда, когда в обобщенном репере Ньюмена-Пенроуза*

$$1)\ R_{0\hat{0}01} = \frac{1}{2}r_{01}; \qquad 2)\ R_{0101} = 0; \qquad 3)\ R_{01\hat{0}\hat{1}} = \frac{1}{2}\alpha\kappa.$$

Здесь R, r и κ суть тензор Римана-Кристоффеля, тензор Риччи и скалярная кривизна соответственно, $\alpha = \pm 1$ при $s = (2,2)$ или $s = (4,0)$ соответственно. Заметим, что в случае лоренцевой сигнатуры автодуальность либо антиавтодуальность многообразия равносильны его конформной плоскости.

Если многообразие несет какую-либо дополнительную структуру (например, структуру эрмитовой поверхности), эти теоремы приводят к более глубоким результатам, например:

Теорема 3. *Компактная автодуальная эрмитова поверхность является RK-многообразием тогда и только тогда, когда она является локально конформно-кэлеровым многообразием с комплексно-линейным тензором Риччи.*

Теорема 4. *Метрика компактной антиавтодуальной эрмитовой поверхности локально конформна метрике нулевой скалярной кривизны.*

С. В. Асташкин, Р. Ф. Узбеков (Самара)

О К-ФУНКЦИОНАЛЕ НА ПАРЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЙ

Если (X_0, X_1) — банахова пара, $x \in X_0 + X_1$ и $t > 0$, то $\mathcal{K}$ —